SEMINARIO DE PROBLEMAS CIENTIFICOS Y FILOSOFICOS

Cuaderno Núm. 9 Noviembre, 1955

ELI DE GORTARI

PROPIEDADES DIALECTICAS DE LA NEGACION LOGICA

PUBLICADO POR: UNIVERSIDAD NACIONAL DE MEXICO

PROPIEDADES DIALECTICAS DE LA NEGACION LOGICA *

1. El juicio científico es originalmente una hipótesis en la cual se postula la interpretación racional del resultado de un experimento, o el producto de un desarrollo teórico fundado en bases experimentales. Por lo tanto, el juicio es una proposición susceptible de modificación, que se formula justamente para ser sometido a la prueba del experimento. Y sólo mediante su comprobación necesaria y suficiente en la experiencia, es que el juicio científico se convierte en una expresión objetiva de los procesos existentes.

En rigor, el juicio tiene únicamente dos términos lógicos, que se encuentran ligados funcionalmente. Por esta relación funcional, el juicio representa la mutua determinación de sus dos términos. Dicha relación es simétrica en cuanto a la inversión de la conexión formulada en el juicio; pero, en cambio, generalmente es asimétrica en cuanto a la intensidad de la determinación. Esto es, que uno de los términos puede ser determinante del otro en mayor grado de lo que éste sea determinante de aquel, o viceversa. En esta asimetría de la determinación es en lo que se apoya la distinción aparente de los términos, por la cual se destaca a uno como sujeto y al otro como predicado del juicio. No obstante, en sentido estricto, nunca se puede considerar a un término como determinante exclusivo, ni tampoco al otro como simple determinado; porque ambos términos del juicio son simultáneamente determinados y determinantes. Por consiguiente, cada uno de ellos es a la vez sujeto y predicado o, mejor aún, ninguno de los dos es propiamente sujeto, ni tampoco es definidamente predicado.

2. Para el tratamiento dialéctico del juicio en sus formas simples, partimos de la consideración de dos términos, que representamos en su carácter indistinto y general por **x**, **y**; y de sus correspondientes opuestos, que representamos por **(1—x)**, **(1—y)**. Así, **x** simboliza a un concepto cualquiera —'organismos con clorofila', 'número entero y positivo', 'relación transitiva entre dos juicios establecidos con respecto a tres términos', 'imperialismo', etc.— y, por lo tanto, a una clase de procesos, de aspectos o de relaciones existentes; mientras que **(1—x)**, es el símbolo del con-

* Exposición presentada en el Seminario, en su reunión mensual del lunes 31 de octubre de 1955, en el Pabellón Van de Graaff del Instituto de Física, en la Ciudad Universitaria.

cepto opuesto, o sea, de todos los otros procesos, aspectos y relaciones existentes que no están incluídos en el concepto x —'todos los objetos que no son organismos con clorofila', 'todos los objetos que no son números enteros y positivos', 'todos los objetos que no son relacines transitivas entre dos juicios establecidos con respecto a tres términos', 'todos los procesos distintos al imperialismo'—. Esto mismo lo tenemos, sólo que para un concepto diferente al simbolizado por **x**, en el caso del termino y con su contradictorio **(1—y)**. De este modo, tenemos cuatro enlaces diferentes entre x, y, (1—x), (1—y), que son: xy, x(1—y), y(1—x), (1—x)(1—y).

3. Con las combinaciones entre estos enlaces, se establecen catorce relaciones distintas que constituyen las formas simples del juicio y son:

Juicio de **prófasis**, el cual incluye los enlaces xy, x(1—y); y representa la consideración de un elemento de un término, tanto en su coincidencia como en su divergencia con el otro término. Ejemplo: 'El número π tiene representación geométrica, sea trascendente o no'.

Juicio de **prófasis inversa**, que incluye los enlaces xy, y(1—x); y expresa la consideración de un elemento del otro término, ya sea que coincida o no con el primer término. Ejemplo: 'El número π es trascendente, tenga representación geométrica o no.'

Juicio de **antífasis**, que comprende los enlaces y(1—x), (1—x)(1—y); y constituye la consideración de un elemento de la clase opuesta a un término, en su conjugación y en su falta de conexión con el otro término. Ejemplo: 'La lógica formal no es suficiente, sea necesaria o no.'

Juicio de **antífasis inversa**, que contiene los enlaces x(1—y), (1—x)(1—y); y establece la consideración de un elemento de la clase contraria al segundo término, en su conexión y en su inconexión con el primer término. Ejemplo: 'La lógica formal no es necesaria, sea suficiente o no.'

Juicio de **conjunción**; es el enlace xy; y expresa la coincidencia parcial entre elementos de ambos términos. Ejemplo: 'Algunos números enteros son números positivos.'

Juicio de **discordancia**, es el enlace x(1—y); y representa la conexión particular entre los elementos de un término y la clase opuesta al otro término. Ejemplo: 'Algunos números enteros no son números positivos.'

Juicio de **discordancia inversa**, es el enlace y(1—x); y establece la conexión particular entre los elementos del otro término y la clase opuesta al primer término. Ejemplo: 'Algunos números positivos no son números enteros.'

Juicio de **heterófasis**, es el enlace (1—x)(1—y); y consiste en la conexión particular entre los elementos de las clases opuestas a ambos términos. Ejemplo: 'Algunos números no son enteros ni positivos.'

Juicio de **inclusión**, contiene los enlaces xy, x(1—y), y(1—x); y expresa las conexiones de ambos términos respecto a la totalidad de sus elementos. Ejemplo: 'En todo proceso físico se cumplen las leyes de la relatividad, o su cumplen las leyes de la mecánica cuántica, o se cumplen ambos grupos de leyes a la vez.'

Juicio de **incompatibilidad**, comprende los enlaces x(1—y), y(1—x), (1—x)(1—y), y establece las conexiones entre las clases opuestas a ambos términos, respecto a la totalidad de sus elementos. Ejemplo: 'Ningún país industrializado es país

colonial.' O sea, con mayor precisión: 'Los países de la tierra están industrializados, o son coloniales, o bien, no están industrializados ni son coloniales.'

Juicio de **implicación**, que comprende los enlaces xy, x(1—y), (1—x)(1—y); y representa las conexiones entre todos los elementos de un término y todos los elementos de la clase opuesta al otro término. Ejemplo: 'Toda relación determinista es una conexión de causalidad.' O sea, con mayor precisión: 'Toda relación es determinista y causal, o es causal y no es determinista, o bien, no es determinista ni tampoco es causal.'

Juicio de **implicación inversa**, que contiene los enlaces xy, y(1—x), (1—x)(1—y); y en el cual se consideran las relaciones entre todos los elementos del otro término y todos los elementos de la clase opuesta al primer término. Ejemplo: 'Toda relación de causalidad es una conexión determinista.' O sea, con mayor exactitud: 'Toda relación es causal y determinista, o es determinista y no es causal, o bien, no es determinista ni tampoco es causal.'

Juicio de **exclusión**, que incluye los enlaces x(1—y), y(1—x); y establece la coincidencia completa entre cada término con la clase opuesta al otro término. Ejemplo: 'Los electrones tienen carga positiva o negativa, pero no tienen las dos cargas a la vez.'

Juicio de **reciprocidad**, que contiene los enlaces xy, (1—x)(1—y); y consiste en considerar la coincidencia completa entre los dos términos y entre sus respectivos opuestos. Ejemplo: 'Un triángulo es equilátero cuando, y sólo cuando es equiángulo.'

4. La negación de un juicio se puede establecer dialécticamente de dos maneras diferentes. En ambos casos, la negación resultante es también un juicio; el cual tiene como negación, en forma recíproca, al primer juicio. Por lo tanto, los dos juicios que se niegan mutuamente integran una pareja antitética.

La primera manera consiste en negar todo lo que el juicio afirma y en afirmar todo lo que niega, manteniendo los mismos términos del juicio. En este caso, cambia la relación lógica entre los términos y, en consecuencia, el juicio resultante es de una forma distinta a la del juicio negado. Con arreglo a esta manera de negar un juicio, se establecen las siete parejas antitéticas que siguen.

El juicio de prófasis con sus enlaces xy, x(1—y), queda negado por el juicio de antífasis, que representa justamente los enlaces no considerados en el juicio de prófasis: y(1—x), (1—x)(1—y). Ejemplo de esta pareja antitética: 'La clase de los flagelados comprende organismos con clorofila, sean considerados como vegetales o no' (prófasis); 'La clase de los flagelados no comprende organismos con clorofila, sean considerados como vegetales o no' (antífasis).

El juicio de prófasis inversa con sus enlaces xy, y(1—x), queda negado por el juicio de antífasis inversa, que expresa los enlaces no incluidos en el juicio de prófasis inversa: x(1—y), (1—x)(1—y). Ejemplo de esta pareja antitética: 'El número 2 es primo, sea impar o no' (prófasis inversa); 'El número 2 no es primo, sea impar o no' (antífasis inversa).

El juicio de conjunción, con su único enlace xy, queda negado por el juicio de incompatibilidad, que representa los otros tres enlaces no contenidos en el juicio

de conjunción: $x(1-y)$, $y(1-x)$, $(1-x)(1-y)$. Ejemplo de esta pareja contradictoria: 'Algunos polígonos equiláteros son equiángulos' (conjunción); 'Ningún polígono equilátero es equiángulo' (incompatibilidad).

El juicio de discordancia con su único enlace $x(1-y)$, queda negado por el juicio de implicación inversa, que contiene los otros tres enlaces faltantes: xy, $y(1-x)$, $(1-x)(1-y)$. Ejemplo de esta pareja de juicios opuestos: 'Algunas ecuaciones tienen solución, aún cuando no son ecuaciones algebraicas' (discordancia); 'Toda ecuación que tiene solución es ecuación algebraica' (implicación inversa).

El juicio de discordancia inversa con su único enlace $y(1-x)$, queda negado por el juicio de implicación, que representa los tres enlaces restantes: xy, $x(1-y)$, $(1-x)(1-y)$. Ejemplo de esta pareja de juicios contradictorios: 'Algunas ecuaciones algebraicas no tienen solución' (discordancia inversa); 'Toda ecuación algebraica tiene solución' (implicación).

El juicio de heterófasis, con su único enlace $(1-x)(1-y)$, queda negado por el juicio de inclusión, que representa a los otros tres enlaces posibles: xy, $x(1-y)$, $y(1-x)$. Ejemplo de esta pareja antitética: 'Algunos organismos no realizan la fotosíntesis, ni son animales' (heterófasis); 'Los organismos realizan la fotosíntesis, o son animales, o son animales y realizan la fotosíntesis' (inclusión).

El juicio de exclusión con sus enlaces $x(1-y)$, $y(1-x)$, queda negado por el juicio de reciprocidad, que representa justamente los dos enlaces faltantes: xy, $(1-x)(1-y)$. Ejemplo de esta pareja de juicios opuestos: 'Todo electrón atómico es exterior al núcleo, o es electrón positivo, sin que sea ambas cosas a la vez' (exclusión); 'Todo electrón atómico exterior al núcleo es positivo y, también, todo electrón atómico positivo es exterior al núcleo' (reciprocidad).

5. La segunda manera de negar un juicio consiste en substituir cada uno de sus términos por su correspondiente opuesto. En este caso, se conserva la relación lógica entre los términos primitivos para conectar los términos opuestos; aún cuando el resultado final puede constituir un juicio de forma diferente al juicio negado. De acuerdo con esta manera de negar dialécticamente, se establecen las ocho parejas de juicios opuestos siguientes.

El juicio profático con sus enlaces xy, $x(1-y)$, queda negado por el juicio de antífasis, que representa los enlaces entre los opuestos: $(1-x)(1-y)$, $(1-x)y$. Por lo tanto, la pareja antitética resultante es la misma que se establece con la primera manera de negar un juicio.

El juicio de prófasis inversa con sus enlaces xy, $y(1-x)$, queda negado por el juicio antifático inverso, que expresa justamente los enlaces entre los opuestos: $(1-x)(1-y)$, $(1-y)x$. Así, esta pareja de juicios contradictorios es la misma que resulta del primer procedimiento de negación.

El juicio conjugante con su enlace xy, queda negado por el juicio heterofático, que representa el enlace entre los opuestos: $(1-x)(1-y)$. Ejemplo de esta pareja antitética: 'Algunas curvas cónicas son curvas abiertas' (conjunción); 'Algunas curvas no son cónicas, ni tampoco son abiertas' (heterófasis).

El juicio discordante, con su enlace $x(1-y)$, queda negado por el juicio discordante inverso, que expresa el enlace entre los opuestos: $(1-x)y$. Ejemplo de

esta pareja de juicios contradictorios: 'Algunos polígonos equiláteros no son equiángulos' (discordancia); 'Algunos polígonos no son equiláteros, pero son equiángulos' (discordancia inversa).

El juicio incluyente con sus enlaces xy, x(1—y), y(1—x), queda negado por el juicio incompatible, que expresa los enlaces entre los opuestos: (1—x) (1—y), (1—x)y, (1—y)x. Ejemplo de esta pareja antitética: 'Todo número complejo es real, o es imaginario, o es real e imaginario a la vez' (inclusión); 'Todo número complejo no es real, o no es imaginario, o no es real ni imaginario' (incompatibilidad).

El juicio implicante, con sus enlaces xy, x(1—y), (1—x)(1—y), queda negado por el juicio implicante inverso, que expresa los enlaces entre los opuestos: (1—x)(1—y), (1—x)y, xy. Ejemplo de esta pareja de juicios opuestos: 'Todo cetáceo es animal acuático', o bien en otra expresión, 'Los animales son cetáceos y acuáticos, o son acuáticos sin ser cetáceos, o no son acuáticos ni cetáceos' (implicación); 'Los animales no son acuáticos ni cetáceos, o son cetáceos sin ser acuáticos, o son acuáticos y cetáceos', que se puede expresar también así, 'Todo animal acuático es cetáceo' (implicación inversa).

El juicio excluyente, con sus enlaces x(1—y), y(1—x), queda negado por el propio juicio excluyente, que incluye los enlaces entre los opuestos: (1—x)y, (1—y)x. O sea, que el juicio excluyente es la antítesis de sí mismo. Ejemplo de esta pareja auto-contradictoria: 'Un animal es metazoario cuando, y sólo cuando, no es protozoario' (exclusión); 'Un animal no es metazoario cuando, y sólo cuando, es protozoario' (exclusión).

El juicio reciprocante con sus enlaces xy, (1—x)(1—y), queda negado por el mismo juicio reciprocante, ya que incluye los enlaces entre los opuestos: (1—x)(1—y), xy. Es decir, que el juicio reciprocante se encuentra en oposición consigo mismo. Ejemplo de esta pareja auto-contradictoria: 'p es una función algebraica de q cuando, y sólo cuando, q es una función algebraica de p' (reciprocidad); 'p no es una función algebraica de q cuando, y sólo cuando, q no es una función algebraica de p' (reciprocidad).

6. La conjunción de dos juicios consiste en establecer con ellos otro juicio complejo que implique el cumplimiento simultáneo de ambos. Así, por ejemplo, los juicios 'Algunos electrones no tienen carga positiva' y 'Algunos electrones no tienen carga negativa', se conjugan en el juicio: 'Los electrones no tienen carga positiva, o no tienen carga negativa, pero nunca dejan de tener una carga.'

Ahora bien, en el caso de dos juicios antitéticos la conjunción nunca es posible. O sea, dicho de otro modo, que la conjugación entre juicios contradictorios es complementaria, en el sentido de su exclusión recíproca. Esto significa que no se puede postular al mismo tiempo el cumplimiento de una de estas parejas antitéticas, porque sus dos miembros se excluyen mutuamente. Los ejemplos siguientes ilustran al respecto.

El cumplimiento del juicio profático 'La acromatopsia es un carácter patológico, sea hereditario o no', excluye el cumplimiento del juicio antifático. 'La acromatopsia no es un carácter patológico, sea hereditario o no', y viceversa.

La negación de la conjunción entre el otro término y el opuesto al primero, ésto es, la negación del juicio discordante inverso 'Algunos números positivos no son números enteros', equivale al juicio implicante 'Todo número positivo es número entero', el cual incluye las tres posibilidades que establece su expresión más completa: 'Los números son enteros, o son enteros y positivos, o no son enteros ni positivos.'

La negación de la conjunción entre los opuestos de ambos términos, es decir, la negación del juicio heterofático 'Algunas substancias no son cristalinas ni amorfas', equivale al juicio incluyente 'Las substancias son cristalinas, o amorfas, o cristalinas y amorfas a la vez.'

9. La negación de la negación se distingue decididamente de la doble negación formal, porque su resultado no vuelve al mismo punto de partida en el nivel inicial. Por lo contrario, representa la negación completa de los dos términos relacionados y de la negación que los separa y los enlaza, en otro juicio que constituye su síntesis dialéctica. De aquí que la negación de la negación sólo lleve al punto de partida en tanto que lo incluye como elemento inferior, entre los varios elementos que integran la nueva relación establecida. Esta propiedad se puede establecer conforme a tres maneras distintas, que corresponden a otros tantos aspectos de una y la misma ley dialéctica.

El primer aspecto se muestra al negar primero los términos del juicio, para negar luego la negación resultante en su conjunto. De este modo, se llega a establecer una relación lógica en un nivel superior. Los ejemplos que presentamos a continuación ilustran esta operación.

La negación de los términos del juicio conjugante 'Algunos animales metazoarios se reproducen asexuadamente', produce el juicio heterofático 'Algunos animales no son metazoarios ni se reproducen asexuadamente'; y la negación de esta negación lleva al juicio incluyente: 'Los animales son metazoarios, o se reproducen asexuadamente, o bien, son metazoarios y se reproducen asexuadamente.'

La negación de los términos del juicio discordante 'Algunos números racionales no son enteros', produce el juicio discordante inverso 'Algunos números enteros no son racionales'; y, a su vez, la negación de esta negación conduce al juicio implicante 'Los números son racionales, o son racionales y enteros, o bien, no son racionales ni enteros.'

La negación de los términos del juicio discordante inverso 'Algunos animales acuáticos no son peces', es el juicio discordante 'Algunos peces no son animales acuáticos'; y la negación de esta negación constituye el juicio implicante inverso: 'Los animales son acuáticos, o son acuáticos y peces, o no son acuáticos ni peces.'

La negación de los términos del juicio heterofático 'Algunos juicios no son apriorísticos ni científicos', es el juicio conjugante 'Algunos juicios apriorísticos son científicos'; y la negación de esta negación es el juicio incompatible: 'Si un juicio es apriorístico, entonces, no es juicio científico.'

10. El segundo aspecto de la negación de la negación se manifiesta al partir de un juicio considerado como tesis, para obtener su antítesis correspondiente —o sea, el otro miembro de la pareja de juicios contradictorios— y, por último, al esta-

blecer la síntesis resultante de la tesis, la antítesis y su oposición. De esta manera se pueden ofrecer los siguientes ejemplos.

La tesis del juicio de conjunción 'Algunos números naturales son producto de números primos', tiene como antítesis al juicio heterofático 'Algunos números no son números naturales, ni tampoco son producto de números primos'; y la síntesis general que los incluye a ambos es el juicio reciprocante: 'Un número es producto de números primos cuando, y sólo cuando, es un número natural.'

La tesis del juicio discordante 'Algunos electrones atómicos positivos no son exteriores al núcleo', tiene como antítesis al juicio discordante inverso 'Algunos electrones atómicos exteriores al núcleo no son positivos'; y los dos se sintetizan en la generalización del juicio excluyente 'Un electrón atómico es positivo cuando, y sólo cuando, no es exterior al núcleo.'

La tesis del juicio incompatible 'Ninguna función trascendente es algebraica', tiene como antítesis al juicio incluyente 'Toda función es trascendente o es algebraica'; y ambos juicios se conjugan en la síntesis del juicio excluyente: 'Una función es trascendente cuando, y sólo cuando, no es algebraica.'

La tesis del juicio implicante 's es un número positivo cuando 2s es un número positivo', tiene como antítesis al juicio implicante inverso '2s es un número positivo cuando s es un número positivo'; y los dos se conjugan en la síntesis del juicio reciprocante: 's es un número positivo cuando, y sólo cuando, 2s es un número positivo.'

11. El tercer aspecto de la negación de la negación consiste en poner al descubierto cómo toda síntesis establecida se constituye, a su vez, en una nueva tesis que tiene su respectiva antítesis y conduce, después, a otra síntesis y su oposición; pudiendo continuar esta sucesión indefinidamente. El ejemplo siguiente esclarece esta propiedad.

Tesis. La clase de los números enteros.

Antítesis. La clase de los números no-enteros o fraccionarios.

La **síntesis** se obtiene incluyendo a tesis y antítesis en una clase común, constituída por los números positivos, tanto enteros como fraccionarios. A su vez, esta clase constituye una nueva tesis y, por lo tanto, el proceso sigue adelante:

Tesis. La clase de los números positivos.

Antítesis. La clase de los números no-positivos o negativos.

Síntesis. La clase de los números racionales, que contiene a las clases anteriores. Todavía más, continúa el proceso:

Tesis. La clase de los números racionales.

Antítesis. La clase de los números no-racionales o irracionales.

Síntesis. La clase de los números reales algebraicos, que comprende a todas las clases anteriores.

Y así sucesivamente, se prosigue la formación de síntesis, con base en las síntesis anteriores.

12. El 'principio de contradicción' al establecer la imposibilidad de que un objeto **P** sea **Q** y **no-Q** al mismo tiempo, representa la negación de la conjugación entre dos términos —esto es, la negación del juicio conjugante— y, por lo tanto, su expresión adopta la forma de un juicio incompatible.

Así, por ejemplo, tenemos que la negación del juicio conjugante 'En algunos casos, la relación entre dos juicios mutuamente inversos es simultáneamente simétrica y asimétrica',[1] equivale al juicio incompatible: 'La relación entre dos juicios mutuamente inversos no puede ser, a la vez, simétrica y asimétrica.' En consecuencia, quedan expresadas explícitamente las dos alternativas: a. que la relación entre dos juicios mutuamente inversos sea simétrica y no sea asimétrica;[2] b. que la relación

Pero, hace falta considerar la tercera alternativa, que se encuentra incluída entre dos juicios mutuamente inversos sea asimétrica y no sea simétrica,[3] ineludiblemente en todo juicio incompatible y es: c. que la relación entre dos juicios mutuamente inversos no sea simétrica, ni tampoco sea asimétrica.[4] Y por lo tanto, resulta que el 'principio de contradicción' comprende siempre la posibilidad de que un objeto **P** no sea **Q**, ni tampoco sea **no-Q**.

13. El 'principio de tercero excluído', al establecer la imposibilidad de que un objeto **P** no sea **Q** ni tampoco sea **no-Q**, representa la negación de la conjugación entre los opuestos de dos términos —esto es, la negación del juicio heterofático— y, por consiguiente, su expresión adopta la forma de un juicio incluyente.

Entonces tenemos, por ejemplo, que la negación del juicio heterofático 'En algunos casos, la relación entre dos juicios de la misma forma y respecto a tres términos, no es transitiva ni tampoco es intransitiva',[5] equivale al juicio incluyente: 'La relación entre dos juicios de la misma forma y respecto a tres términos es transitiva o es intransitiva.' Así quedan expresadas explícitamente dos de las alternativas

---

1 Cuando un juicio implica siempre a su inverso, se encuentra en relación de simetría con él; y, cuando un juicio excluye siempre a su inverso, entre ellos existe una relación de asimetría. Bertrand Russell, **Los principios de la matemática**, Espasa-Calpe, Buenos Aires-México, 1948; pp. 278-9.

2 Por ejemplo, la relación existente entre el juicio conjugante y el juicio conjugante inverso.

3 Por ejemplo, la relación existente entre el juicio discordante y el juicio discordante inverso.

4 Por ejemplo, la relación existente entre el juicio implicante y el juicio implicante inverso.

5 Cuando la conjugación entre un juicio establecido respecto a dos términos y el juicio inverso correspondiente al segundo de estos términos y a un tercero, implica siempre al juicio formulado en cuanto al primero y al tercero de los términos, entonces, dichos juicios se encuentran en conexión de transitividad. Por otra parte, cuando la conjugación de los dos primeros juicios excluye siempre al tercer juicio, entonces, entre ellos existe una relación de intransitividad. B. Russell, **op. cit.**, pp. 278-9.

que comprende: a. que la relación entre dos juicios sea transitiva y no sea intransitiva; [6] b. que la relación entre dos juicios sea intransitiva y no sea transitiva. [7]

Pero, existe una tercera alternativa que siempre está contenida en todo juicio incluyente y es: c. que la relación entre dos juicios de la misma forma y respecto a tres términos sea transitiva e intransitiva simultáneamente. [8] Y, por lo tanto, resulta que el 'principio de tercero excluído' no sólo no excluye, sino que incluye necesariamente una tercera posibilidad: la de que un objeto **P** sea **Q** y **no-Q** al mismo tiempo.

14. **Expresión matemática.** Para la expresión simbólica de las propiedades dialécticas de la negación lógica, utilizamos la notación introducida por Boole, [9] por ser la más simple y fácil de manejar, debido a su estrecha analogía con el álgebra elemental, y porque permite ejecutar todas las operaciones de la lógica simbólica con mayor sencillez que cualquiera otra de las muchas notaciones propuestas por los lógicos matemáticos posteriores. Unicamente hemos introducido algunas modificaciones menores para obtener todavía mayor simplicidad y, sobre todo, para conseguir la construcción de expresiones más generales, desde el punto de vista lógico y matemático.

15. **Símbolos y leyes elementales.**

Símbolo:	Significación:
1	Existencia, afirmación, veracidad o cumplimiento del conjunto de relaciones consideradas.
0	Inexistencia, negación, falsedad o incumplimiento del conjunto de relaciones consideradas.
x, y, z	Clases de procesos o de aspectos de los procesos.
$(1-x)$, $(1-y)$, $(1-z)$	Clases opuestas, respectivamente, a: x, y, z; en las cuales están incluídos los procesos o los aspectos contrarios.
$x + y + z$ $z + (1-y)$ $y + z + (1-x)$	Simultaneidad en el cumplimiento o en el incumplimiento de varias clases.

6 Por ejemplo, la relación existente entre tres juicios heterofáticos.

7 Por ejemplo, la relación existente entre tres juicios excluyentes.

8 Por ejemplo, la relación existente entre tres juicios discordantes.

9 George Boole, **The mathematical analysis of logic**, Cambridge, Macmillan, Barclay & Macmillan, 1847; reprinted by Basil Blackwell, Oxford, 1948.

$xy,\ yz,\ zx$ $y(1-x),\ z(1-y)$ $xyz,\ yz(1-x)$	Conjugación entre diversas clases.
Leyes:	**Significación:**
$x + (y-z) = (x+y) - z$ $x(yz) = (xy)z$	Cumplimiento de la ley asociativa para la coexistencia y para la conjugación.
$x + y = y + x$ $xy = yx$	Cumplimiento de la ley conmutativa para la coexistencia y para la conjugación.
$x(y \pm z) = xy \pm xz$	Cumplimiento de la ley distributiva para la coexistencia y la conjugación.
$x = x^2 = \ldots = x^n$ $1 = 1 + 1 = 1 + 1 + \ldots + 1$ $0 = 0 + 0 = 0 + 0 + \ldots + 0$	Cumplimiento de la ley tautológica para la conjugación de una clase consigo misma y para la afirmación y la negación simultánea de la existencia.
De: $x + yz - x = 1$ se obtiene: $yz = 1$ De: $x + yz - z = x - yz$ se obtiene: $2yz - z = 0$	Cumplimiento de la ley de simplificación para la coexistencia y para la conjugación.

16. **Formas del juicio.**

Prófasis: $xy,\ x(1-y)$

$$xy + x(1-y) = 1$$
$$xy + x - xy = 1$$
$$x = 1$$

Prófasis inversa: $xy,\ y(1-x)$

$$xy + y(1-x) = 1$$
$$xy + y - xy = 1$$
$$y = 1$$

Antífasis: $(1-x)\ (1-y),\ y(1-x)$

$$(1-x)\ (1-y) + y(1-x) = 1$$
$$1 - y - x + xy + y - xy = 1$$
$$1 - x = 1$$

Antífasis inversa: $(1-x)\ (1-y),\ x(1-y)$

$$(1-x)\ (1-y) + x(1-y) = 1$$
$$1 - y - x + xy + x - xy = 1$$
$$1 - y = 1$$

Conjunción: xy

$$xy = 1$$

Discordancia: $x(1-y)$

$$x(1-y) = 1$$
$$x - xy = 1$$

Discordancia inversa: $y(1-x)$

$$y(1-x) = 1$$
$$y - xy = 1$$

Heterófasis: $(1-x)(1-y)$

$$(1-x)(1-y) = 1$$
$$1 - y - x + xy = 1$$
$$1 - x + xy - y = 1$$

Inclusión: $xy,\ x(1-y),\ y(1-x)$

$$xy + x(1-y) + y(1-x) = 1$$
$$xy + x - xy + y - xy = 1$$
$$x - xy + y = 1$$

Incompatibilidad: $x(1-y),\ y(1-x),\ (1-x)(1-y)$

$$x(1-y) + y(1-x) + (1-x)(1-y) = 1$$
$$x - xy + y - xy + 1 - y - x + xy = 1$$
$$1 - xy = 1$$

Implicación: $xy,\ x(1-y),\ (1-x)(1-y)$

$$xy + x(1-y) + (1-x)(1-y) = 1$$
$$xy + x - xy + 1 - y - x + xy = 1$$
$$1 - y + xy = 1$$

Implicación inversa: $xy,\ y(1-x),\ (1-x)(1-y)$

$$xy + y(1-x) + (1-x)(1-y) = 1$$
$$xy + y - xy + 1 - y - x + xy = 1$$
$$1 - x + xy = 1$$

Exclusión: $x(1-y),\ y(1-x)$

$$x(1-y) + y(1-x) = 1$$
$$x - xy + y - xy = 1$$
$$x - 2xy + y = 1$$

Reciprocidad: $xy,\ (1-x)(1-y)$

$$xy + (1-x)(1-y) = 1$$
$$xy + 1 - y - x + xy = 1$$
$$1 - x + 2xy - y = 1$$

17. Negación del juicio. Parejas de juicios antitéticos, en las cuales cada miembro niega todo lo que el otro afirma y afirma todo lo que el otro niega.

Tesis:	**Antítesis:**
Prófasis: $x = 1$	Antífasis: $1 - x = 1$
Prófasis inversa: $y = 1$	Antífasis inversa: $1 - y = 1$
Conjunción: $xy = 1$	Incompatibilidad: $1 - xy = 1$
Discordancia: $x - xy = 1$	Implicación inversa: $1 - x + xy = 1$
Discordancia inversa: $y - xy = 1$	Implicación: $1 - y + xy = 1$
Inclusión: $x - xy + y = 1$	Heterófasis: $1 - x + xy - y = 1$
Exclusión: $x - 2xy + y = 1$	Reciprocidad: $1 - x + 2xy - y = 1$

18. Negación del juicio. Parejas de juicios opuestos, en las cuales cada miembro representa la misma relación entre los respectivos opuestos del otro.

Tesis:	**Antítesis:**
Prófasis:	Antífasis:
$x = 1$	$1 - x = 1$
Prófasis inversa:	Antífasis inversa:
$y = 1$	$1 - y = 1$
Conjunción:	Heterófasis:
$xy = 1$	$(1-x)(1-y) = 1$
Discordancia:	Discordancia inversa:
$x - xy = 1$	$(1-x) - (1-x)(1-y) = 1$
Inclusión:	Incompatibilidad:
$x - xy + y = 1$	$(1-x) - (1-x)(1-y) + (1-y) = 1$
Implicación:	Implicación inversa:
$1 - y + xy = 1$	$1-(1-y) + (1-x)(1-y) = 1$

Exclusión:

$$x - 2xy + y = 1$$

Reciprocidad:

$$1 - x + 2xy - y = 1$$

Exclusión:

$$(1-x) - 2(1-x)(1-y) + (1-y) = 1$$

Reciprocidad:

$$1-(1-x) + 2(1-x)(1-y) - (1-y) = 1$$

19. Complementariedad de la conjunción.

Juicio profático y juicio antifático:

$$x(1-x) = 0$$ [10]

Juicio profático inverso y juicio antifático inverso:

$$y(1-y) = 0$$

Juicio conjugante y juicio incompatible:

$$xy(1-xy) = 0$$

Juicio discordante y juicio implicante inverso:

$$(x-xy)(1-x+xy) = 0$$

Juicio discordante inverso y juicio implicante:

$$(y-xy)(1-y+xy) = 0$$

Juicio heterofático y juicio incluyente:

$$(1-x+xy-y)(x-xy+y) = 0$$

Juicio excluyente y juicio reciprocante:

$$(x-2xy+y)(1-x+2xy-y) = 0$$

20. Complementariedad de la inclusión.

Juicio profático y juicio antifático:

$$(x) - (x)(1-x) + (1-x) = 1$$ [11]

---

10 La ecuación general del juicio conjugante es: $xy = 1$; y, por consiguiente, basta con substituir a **x** por su valor particular (x, en este caso) y a **y** por el suyo ($1 - x$, en este caso).

11 En la ecuación general del juicio incluyente: $x - xy + y = 1$, se substituyen las variables por sus valores particulares (x, $1 - x$, respectivamente, en este caso).

Juicio profático inverso y juicio antifático inverso:

$$(y) - (y)(1-y) + (1-y) = 1$$

Juicio conjugante y juicio incompatible:

$$(xy) - (xy)(1-xy) + (1-xy) = 1$$

Juicio discordante y juicio implicante inverso:

$$(x-xy) - (x-xy)(1-x+xy) + (1-x+xy) = 1$$

Juicio discordante inverso y juicio implicante:

$$(y-xy) - (y-xy)(1-y+xy) + (1-y+xy) = 1$$

Juicio heterofático y juicio incluyente:

$$(1-x+xy-y) - (1-x+xy-y)(x-xy+y) + (x-xy+y) = 1$$

Juicio excluyente y juicio reciprocante:

$$(x-2xy+y) - (x-2xy+y)(1-x+2xy-y) + (1-x+2xy-y) = 1$$

21. **Negación de la conjugación.**

La negación de la conjunción entre dos términos equivale a la incompatibilidad.

$$1 - xy = (1-x) - (1-x)(1-y) + (1-y)$$ [12]

La negación de la conjunción entre un término y el opuesto al otro, equivale a la implicación inversa:

$$1 - x(1-y) = (1-x) - (1-x)y + y$$

La negación de la conjunción entre el otro término y el contrario al primero, equivale a la implicación:

$$1 - y(1-x) = (1-y) - (1-y)x + x$$

La negación de la conjunción entre los opuestos de ambos términos, equivale a la inclusión:

$$1 - (1-x)(1-y) = x - xy + y$$

22. **Negación de la negación.** Se niegan primero los términos del juicio, para luego negar la negación resultante en su conjunto.

---

12 Es la primera ley de Morgan.

Juicio conjugante: $xy = 1$

Juicio heterofático: $(1-x)(1-y) = 1$

Juicio incluyente: $1 - (1-x)(1-y) = 1$

Juicio discordante: $x - xy = 1$

Juicio discordante inverso: $(1-x) - (1-x)(1-y) = 1$

Juicio implicante: $1 - (y-xy) = 1$

Juicio discordante inverso: $y - xy = 1$

Juicio discordante: $(1-y) - (1-x)(1-y) = 1$

Juicio implicante inverso: $1 - (x-xy) = 1$

Juicio heterofático: $1 - x + xy - y = 1$

Juicio conjugante: $1 - (1-x) + (1-x)(1-y) - (1-y) = 1$

Juicio incompatible: $1 - xy = 1$

23. **Negación de la negación.** Se establece la antítesis de la tesis, para incluir las dos en una síntesis:

Conjunción (tesis): $xy = 1$

Heterófasis (antítesis): $(1-x)(1-y) = 1$

Reciprocidad (síntesis): $(xy) - (xy)(1-x+xy-y) + (1-x+xy-y) = 1$

Discordancia (tesis): $x - xy = 1$

Discordancia inversa (antitesis): $(1-x) - (1-x)(1-y) = 1$

Exclusión (síntesis): $(x-xy) - (x-xy)(y-xy) + (y-xy) = 1$

Incompatibilidad (tesis): $1 - xy = 1$

Inclusión (antítesis): $1-(1-x)(1-y) = 1$

Exclusión (síntesis): $(1-xy)(x-xy+y) = 1$

Implicación (tesis): $1 - y + xy = 1$

Implicación inversa (antítesis): $1 - (1-y) + (1-x)(1-y) = 1$

Reciprocidad (síntesis): $(1-y+xy)(1-x+xy) = 1$

24. **Negación de la negación.** Toda síntesis es una nueva tesis que tiene su respectiva antítesis.

Tesis: x

Antítesis: $1 - x$

Síntesis: $y = x - x(1-x) + (1-x) = 1$

o sea: $y = 1$

Luego, existe siempre la síntesis que, a su vez, constituye una nueva tesis y, así, el proceso sigue adelante:

Tesis: y

Antítesis: $1 - y$

Síntesis: $z = y - y(1-y) + (1-y) = 1$

o sea: $z = 1$

Y continúa el proceso:

Tesis: z

Antítesis: $1 - z$

Síntesis: $s = z - z(1-z) + (1-z) = 1$

o sea: $s = 1$

De este modo, prosigue sucesivamente la formación de síntesis, con base en las síntesis anteriores.

25. **'Principio de contradicción.'** Se expresa como juicio incompatible:

$$1 - xy = 1$$

Y, por lo tanto, contiene las tres alternativas: $x(1-y)$, $y(1-x)$, $(1-x)(1-y)$; cuya suma es:

$$x(1-y) + y(1-x) + (1-x)(1-y) = 1$$

$$x - xy + y - xy + 1 - y - x + xy = 1$$

ésto es, justamente:

$$1 - xy = 1$$

26. **'Principio de tercero excluído.'** Se expresa como juicio incluyente:

$$x - xy + y = 1$$

Y, por ello, comprende las tres alternativas: $x(1-y)$, $y(1-x)$, xy; cuya suma es:

$$x(1-y) + y(1-x) + xy = 1$$
$$x - xy + y - xy + xy = 1$$

es decir, precisamente:

$$x - xy + y = 1$$

Eli de Gortari